**ИТМО Кафедра Информатики и прикладной математики**

Отчет по лабораторной работе №3

«Помехоустойчивое кодирование двоичных сообщений с использованием кодов Хемминга»

**Выполнил: студент группы P3217**

**Плюхин Дмитрий**

**Преподаватель: Тропченко А. А.**

**2017 год**

1. **Постановка задачи**

Двоичное дискретное сообщение с числом информационных символов nи=5 закодировано кодами Хемминга (d=3 и 4) и передано по каналу связи. Известно, что в канале действуют помехи, приводящие к искажению одного или двух передаваемых символов.

1. **Расчет числа контрольных символов, обеспечивающих заданные требования по помехозащищенности (для d=3 и 4).**

При d = 3

Соответственно n = 9

При d = 4

Соответственно n = 10

**3. Номера позиций контрольных символов в результирующей комбинации кодов Хемминга для d=3 и 4.**

При d = 3 и n = 9 первый контрольный символ контролирует первый, третий, пятый, седьмой и девятый символы сообщения; второй контрольный - второй, третий, шестой, седьмой; третий контрольный - четвертый, пятый, шестой и седьмой; четвертый контрольный - восьмой и девятый. Соответственно, контрольные символы будут занимать первую, вторую, четвертую и восьмую позиции в сообщении.

При d = 4 и n = 10 добавится еще один бит (для контроля четности), который займет 10 позицию в сообщении.

**4. Номера позиций информационных символов в результирующей комбинации кодов Хемминга для d=3 и 4.**

Информационные символы будут располагаться на оставшихся позициях сообщения при d = 3 и 4. Поскольку их нумерация будет происходить противоположно нумерации контрольных символов, они займут места 9, 7, 6, 5, 3.

**5. Синдромы ошибок для кода Хемминга, исправляющего одиночную ошибку (d=3).**

Синдромы ошибок представляют собой возможные результаты четырех проверок, указывающие номер позиции в сообщении, где обнаружена одиночная ошибка:

|  |  |
| --- | --- |
| Номер позиции | Синдром ошибки |
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |

Так, номера позиции совпадают с десятичными эквивалентами синдромов ошибки - это сделано специально и становится возможным благодаря тому, что одна и та же позиция контролируется определенными контрольными символами, выбранными так, что при общем анализе можно однозначно выявить ошибочную позицию.

**6. Макеты кодов Хемминга для d=3 и 4.**

При d = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер позиции | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Символ | K1 | K2 | И5 | K3 | И4 | И3 | И2 | K4 | И1 |

При d = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер позиции | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Символ | K1 | K2 | И5 | K3 | И4 | И3 | И2 | K4 | И1 | К5 |

**7. Алгоритм определения контрольных символов для кодов Хемминга с d=3 и 4.**

Алгоритм интуитивно понятен и определяется четырьмя логическими выражениями (для d = 3):

При d = 4 формулы остаются те же, а добавочный контрольный символ будет равен

8. Все возможные комбинации кодов Хемминга для d=3 и 4, включающие как контрольные, так и информационные символы.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Символы сообщения | | | | | | | | | |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | К1 | К2 | И5 | К3 | И4 | И3 | И2 | К4 | И1 | К5 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 12 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 13 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 16 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 17 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 18 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 19 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 20 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 21 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 22 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 23 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 24 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 25 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 26 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 27 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 28 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 29 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 30 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 32 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

**9. Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной кодом Хемминга с d=3, на отсутствие ошибок.**

Возьмем произвольную комбинацию кода Хемминга из таблицы предыдущего задания - скажем, под номером 13: 110011000

В соответствии с алгоритмом декодирования кода Хемминга вычислим синдром:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер позиции | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Символ | K1 | K2 | И5 | K3 | И4 | И3 | И2 | K4 | И1 |
| Сообщение | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

Итак, S = S4S3S2S1 = 0000 = 0, значит, ошибки нет и переданная информационная кодовая комбинация корректна: I = 01100

**10. Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной кодом Хемминга с d=3, на наличие одиночной ошибки.**

Возьмем произвольную комбинацию кода Хемминга из таблицы 8 задания - скажем, под номером 17: 111000000. Внесем одиночную ошибку в произвольный бит: 111000100.

В соответствии с алгоритмом декодирования кода Хемминга вычислим синдром:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер позиции | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Символ | K1 | K2 | И5 | K3 | И4 | И3 | И2 | K4 | И1 |
| Сообщение | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Итак, S = S4S3S2S1 = 0111 = 7, значит, сделана ошибка в позиции 7 (И2). Действительно, это та самая позиция, в которую мы внесли ошибку в начале задания. Для исправления инвертируем указанный бит и выявляем передаваемое информационное сообщение I = 10000.

**11. Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной кодом Хемминга с d=4, на отсутствие ошибок.**

Возьмем произвольную комбинацию кода Хемминга из таблицы предыдущего задания - скажем, под номером 22: 0011010111

В соответствии с алгоритмом декодирования кода Хемминга вычислим синдром:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер позиции | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Символ | K1 | K2 | И5 | K3 | И4 | И3 | И2 | K4 | И1 | К5 |
| Сообщение | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Проведем общую проверку на четность:

Итак, S = S4S3S2S1 = 0000 = 0, и P = 0, значит, ошибки нет и переданная информационная кодовая комбинация корректна: I = 10101

**12. Результаты проверки принятой кодовой комбинации, закодированной кодом Хемминга с d=4, на наличие двух ошибок.**

Возьмем произвольную комбинацию кода Хемминга из таблицы предыдущего задания - скажем, под номером 22: 0011010111. Внесем ошибки в два произвольных бита: 0111011111.

В соответствии с алгоритмом декодирования кода Хемминга вычислим синдром:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер позиции | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Символ | K1 | K2 | И5 | K3 | И4 | И3 | И2 | K4 | И1 | К5 |
| Сообщение | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Проведем общую проверку на четность:

Итак, S = S4S3S2S1 = 0101 = 5, и P = 0, значит, возникла двойная ошибка и потребуется повторная передача информации, так как исправление в данном случае не представляется возможным.

**13. Выводы по работе**

В ходе лабораторной работы был рассмотрен способ помехоустойчивого кодирования с использованием кодов Хемминга. В результате был сделан вывод о том, что изученный метод обладает высокой эффективностью только в том случае, если требуется обнаружение одиночной ошибки - в случае же возникновения двойной представляется возможным её обнаружить, но не исправить, поскольку не существует способа определения ошибочных позиций - для этого потребуется либо использование большего количества контрольных символов, либо усложнение структуры информационного сообщения с соответствующей модификацией алгоритмов кодирования и декодирования. Таким образом, использование кодов Хемминга (в силу своей большой простоты и малой эффективности) в ряд ли подходит для практического применения в современной действительности и скорее служит для обучающих целей.